Задача A

Путешествие к Дейнерис

Имя входного файла: *travel.in* или стандартный поток ввода

Имя выходного файла: *travel.out* или стандартный поток вывода

Ограничение по времени: 8 секунд

Ограничение по памяти: 256 мегабайт

Джон Сноу возвращается к Дейнерис из тяжёлого похода. На пути к Драконьему Камню лежит Алирия, бывшая некогда великим королевством, а ныне множество мелких княжеств, погрязших в феодальной раздробленности и бандитизме. Причём бандитов обычно спонсируют соседние княжества, что не способствует дипломатическим отношениям.

Однако Джону повезло: он едет с юга на север, а в этом направлении пролегают торговые пути и потому на нём (направлении) границы между княжествами открыты для пересечения рыцарями и даже рыцарскими отрядами, в составе одного из которых путешествует Джон. В то время как границы с княжествами на западе и востоке всегда закрыты во избежание проникновения бандитов и лазутчиков. Так как Джон спешит к любимой, то он не планирует двигаться на юг и возвращаться назад. В княжества на востоке и западе ему также путь закрыт. Остаются княжества на юге. Обычно Алирийское княжество граничит с тремя княжествами с севера и с юга, если не находится с краю Алирии. Тогда число пограничных княжеств меньше. Таким образом, Джон, находясь в некотором Алирийском княжестве, должен выбрать из 3-х или менее южных княжеств, в какое ему ехать.

По пути Сноу решил подзаработать, и в каждом княжестве он берётся найти и поймать одного самого разыскиваемого (с самой большой наградой) бандита. Так как Джон прекрасный воин и следопыт, данная задача не является для него сложной, и он легко ловит бандита, получая награду за него. Единственной проблемой, с которой столкнулся Джон и которая не покорилась ему, – это понять, через какие княжества ему ехать, чтобы приехать к Дени с наибольшей возможной добычей. Начать свой путь Сноу может с любого княжества южной границы Алирии, а выйти к Узкому морю для переправы на Драконий Камень из любого Алирийского княжества на северной границе этой территории.

Помогите Джону составить путь по Алирии для того, чтобы приехать на Драконий Камень с наибольшей добычей.

Входной файл

В первой строке входного файла даны два целых числа n и m ($0<n,m<10\ 000$). В следующих n строках содержится матрица целых чисел $n \times m$. Данная матрица представляет собой упрощённую карту Алирии (сглажены все границы), на которой ячейка – отдельное княжество. Целое число a_{ij} ($0<a_{ij}<1000$, $0<i<n+1$, $0<j<m+1$) в ячейке матрицы – стоимость награды, обещанной в данном княжестве за самого разыскиваемого бандита.

Выходной файл

В первой и единственной строке выходного файла содержится n чисел – номера столбцов ячеек (княжеств), которые проходил Джон, оказавшись в соответствующей строке.

Пример

travel.in	*travel.out*
3 3 1 2 3 9 5 1 5 8 4	2 1 2

Примечание к примеру

На Рисунке 1 изображено дерево решений. Каждая вершина дерева связана с выбором следующего хода. Как видно из задачи, ход может быть произведён только на следующую строку матрицы, и мы можем либо остаться в том же столбце, либо сдвинуться влево или вправо на единицу. Собственно левая стрелка означает сдвиг влево, а правая – вправо. Средняя стрелка выбор, при котором мы остаёмся в том же столбце. На первом шаге мы выбираем любой из столбцов. Таким образом, на данном дереве решений перебраны все возможные решения Джона Сноу. И мы видим, что наилучший результат – 19, достигается, когда на первом шаге выбирается второй столбец, на втором первый и на третьем снова второй. Отсюда ответ 2 1 2.

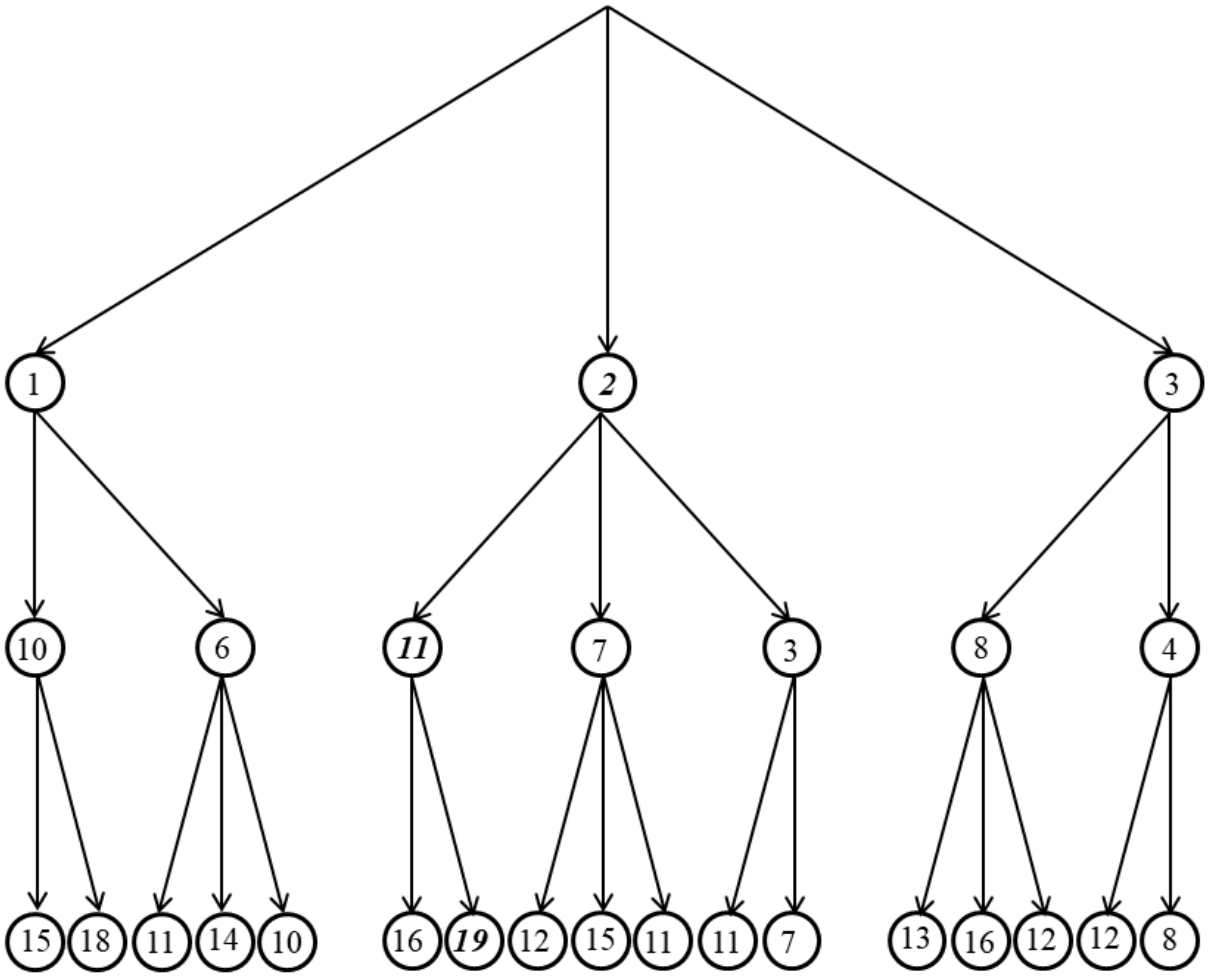

Рисунок 1 – Дерево решений.

Решение

Решать задачу можно прямым перебором, как показано на рисунке 1. Такой подход сработает на первых пяти тестовых примерах. Либо динамическим программированием. Последний, позволит решить задачу в заданное время для всех тестов.

Перебор можно делать посредством рекурсии, стека или очереди. Рассмотрим подробно решение посредством динамического программирования.

Пусть S – матрица целых чисел $n \times m$. Заполним её таким образом, чтобы её i,j-тый элемент (s_{ij}) представлял собой наибольшее количество денег, которые смог бы заработать Джон Сноу, попав в княжество, соответствующее ячейке a_{ij}. Так как в это княжество он мог попасть только из a_{i-1j-1}, a_{i-1j}, a_{i-1j+1}, если таковые существуют, то $s_{ij} = a_{ij} + \max(s_{i-1j-1}, s_{i-1j}, s_{i-1j+1})$. (1)

Отметим, что если мы находимся на границе матрицы, то некоторых из ячеек в максимуме из (1) может не существовать. Тогда они просто не учитываются. С помощью (1) можно заполнять строку матрицы S на основе предыдущей строки и известной нам матрицы $| a_{ij} |$. Также можно заметить, что первая строка S совпадает с первой строкой $| a_{ij} |$.

После того как заполнили S, находим наибольшее значение в последней строке – это будет лучший результат. Значит Сноу должен закончить свой путь в соответствующем княжестве (ячейке). Восстановить его путь довольно просто, имея в распоряжении матрицы $| a_{ij} |$ и S. Надо, начиная с конечной ячейки, идти по строкам вверх, находя, какой именно элемент из предыдущей строки дал максимум в (1).

Указания к оцениванию (max 90 баллов)

За каждый верно пройденный тест начисляется по 10 баллов.