

7–8 классы

Проверка работ осуществляется Жюри олимпиады согласно стандартной методике оценивания решений:

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
8	Полное верное решение
6-7	полностью решенная задача с более или менее значительными недочетами;
4-6	частично решенная задача;
2-3	правильно угадан сложный ответ, но его обоснование отсутствует или ошибочно
1-2	сделана попытка решения, не давшая результата;
0-1	правильно угаданный бинарный ответ (да/нет) без обоснования
0	решение отсутствует или абсолютно некорректно

Задание 1

Не учитывая небольшое сжатие Земли с полюсов, а принимая нашу планету за идеальный шар, сравните, что будет больше – один градус широты или один градус долготы?

Решение. Если не учитывать сжатие Земли с полюсов, получается, что любой меридиан Земли по длине будет равен нулевой широте (т.е. длине экватора). Однако любая другая широта, отличная от нулевой, будет иметь меньший радиус, чем экватор, а следовательно, и меньшую длину. В результате один градус не нулевой широты будет всегда меньше, чем один градус любой долготы. Таким образом, ответ на поставленный вопрос: 1 градус широты меньше 1 градуса долготы, если широта не равна нулю.

Рекомендации для жюри. Указание того, что 1 градус широты равен одному градусу долготы без каких-либо пояснений, не оценивается. Если же указано, что равенство справедливо для нулевой широты, то ставится 2 балла. Еще 2 балла ставится если сделан вывод, что в остальных случаях 1 градус широты будет всегда меньше чем 1 градус долготы.

Итого 4 балла.

Задание 2

Если все время двигаться по компасу по направлению на север, то в какую точку земного шара в итоге получится прийти? Какова высота полярной звезды над горизонтом в этой точке?

Решение. Если все время двигаться по компасу по направлению на север, то получится прийти на северный магнитный полюс Земли, который находится в точке с северной широтой, равной примерно 75° . Соответственно, полярная звезда будет находиться на высоте 75° над горизонтом.

Рекомендации для жюри. Если указано, что движение приведет в точку северного магнитного поля Земли, то ставится 2 балла. Еще 2 балла ставится, если правильно указана высота полярной звезды в этом месте. Если в ответе

не указана точная широта, но сказано, что полярная звезда будет находиться на той же широте, что и магнитный полюс, то ставится 2 балла.

Итого 4 балла.

Задание 3

Где нужно построить дом, чтобы все его окна выходили на север? Будут ли при этом все его комнаты лишены солнечного света?

Решение. Этот дом нужно построить в Антарктиде, точно на Южном полюсе Земли. Любое направление из этой точки указывает на север. Полгода в тех местах полярная ночь — солнце не восходит. Зато всю вторую половину года — с конца сентября по конец марта — там полярный день: солнце не опускается под горизонт, а обходит вас по кругу, поэтому ни одна из комнат не будет лишена солнечного света.

Рекомендации для жюри. Если дан правильно на первый вопрос, то ставится 4 балла. Если приведен только ответ на второй вопрос, то ставится 2 балла, если же дано объяснение, то добавляется еще 2 балла.

Задание 4

Юный астроном сделал удачный снимок ночного неба на фотоаппарат, после чего отметил на нем несколько звезд и планет. Продолжите работу астронома и постарайтесь отметить максимальное количество созвездий, которые целиком попали в снимок.



Решение



Рекомендации для жюри. Если указаны некоторые части созвездий (например, ковш Большой Медведицы или пояс Ориона), то ставится 1 балл. Если правильно указаны два созвездия, то ставится 3 балла. Если указаны 4 созвездия, то ставится 5 баллов. Если указаны 6 и более созвездий, то ставится 8 баллов.

Итого 8 баллов.

9 класс

Проверка работ осуществляется Жюри олимпиады согласно стандартной методике оценивания решений:

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
8	Полное верное решение
6-7	полностью решенная задача с более или менее значительными недочетами;
4-6	частично решенная задача;
2-3	правильно угадан сложный ответ, но его обоснование отсутствует или ошибочно
1-2	сделана попытка решения, не давшая результата;
0-1	правильно угаданный бинарный ответ (да/нет) без обоснования
0	решение отсутствует или абсолютно некорректно

Задача 1



Художник нарисовал «Зимний пейзаж» (см. рисунок). Как вы думаете, в каком месте на Земле он мог писать с такой природы?

Решение

Ни в каком. Месяц «рогами» вверх можно увидеть только вблизи экватора, а пейзаж на картине — зимний! Правда, снег и мороз около экватора бывают высоко в горах. Но пейзаж, судя по картине, равнинный.

Задача 2

Какие предметы, находящиеся на звездном небе в виде созвездий, можно использовать на различных уроках в школе?

Решение

На уроках математики пользуются Треугольником, Циркулем.

На уроках физики пользуются Весами, Часами.

На уроках биологии пользуются Микроскопом.

На уроках географии пользуются Компасом.

На уроках труда пользуются Насосом, Печью, Резцом, Сеткой.

На уроках астрономии пользуются Октантом, Секстантом, Телескопом.

Задача 3



На рисунке приведен фрагмент карты звездного неба. В каком полушарии находятся созвездия, изображенные на карте?

Решение

Это фрагмент карты звездного неба южного полушария. Поэтому эти созвездия находятся в южном полушарии.

Задача 4

С какой линейной скоростью движется Тамбов (широта $52^\circ 43' 0''$) за счет вращения Земли вокруг своей оси?

Справочные данные: радиус Земли $R_3 = 6400$ км; $\cos 52^\circ 43' 0'' = 0.6055$

Решение

Точка на экваторе Земли за счет суточного вращения движется со скоростью $2\pi R_3 / (24 \cdot 3600) = 0.5$ км/с. Радиус параллели на широте $\varphi = 52^\circ 43' 0''$ меньше радиуса экватора в 1,65 раз. Таким образом, длина параллели $52^\circ 43' 0''$ в 1,65 раза меньше, чем длина экватора. Следовательно, линейная скорость движения Тамбова в 1,65 раза меньше, чем скорость точки на экваторе, т.е. 0.3 км/с.

Задача 5

Среднее расстояние от Луны до Земли равно 384400 км, а от спутника Ио до планеты Юпитер – 421600 км. У какого из спутников период обращения вокруг планеты больше?

Решение

Луна и Ио обращаются по своим орбитам вокруг центральных тел с существенно разной массой ($M_{\text{Ю}} = 381M_{\text{З}}$), для решения нужно воспользоваться третьим обобщенным законом Кеплера,

$$\frac{a^3}{T^2 M} = \text{const},$$

который удобно переписать в виде

$$\frac{a_{\text{л}}^3}{a_{\text{ио}}^3} = \frac{T_{\text{л}}^2 M_{\text{з}}}{T_{\text{ио}}^2 M_{\text{ю}}}.$$

Отсюда легко получить

$$\left(\frac{T_{\text{л}}}{T_{\text{ио}}}\right)^2 = 241,$$

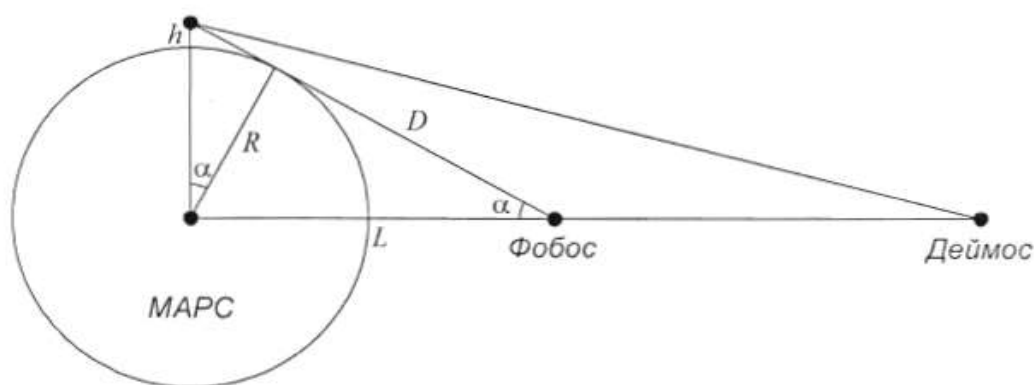
или $T_{\text{л}} \approx 16T_{\text{ио}}$. Таким образом, период Луны больше периода Ио

Задача 6

На Марсе решено построить вышку, с которой всегда были бы видны его спутники Фобос и Деймос. Какова минимальная высота такого строения? Куда его лучше всего поставить? Атмосферной рефракцией и ослаблением света, угловыми размерами и наклоном орбит спутников к плоскости экватора Марса пренебречь.

Решение

По условию задачи можно пренебречь наклоном орбит спутников к экватору Марса, спутники обращаются вокруг Марса в плоскости экватора. Периоды вращения спутников не совпадают с осевым периодом вращения Марса, и в разное время они будут располагаться над разными меридианами Марса. Так как стоит задача постоянного наблюдения спутников с вышки, ее имеет смысл строить там, где нижняя кульминация спутников происходит наименее глубоко под горизонтом. Этому условию в пределах удовлетворяют полюса Марса, где спутники будут располагаться на постоянной глубине под горизонтом. Находишься они бесконечно далеко от планеты, они появились бы на горизонте при наблюдении с поверхности. Но в реальности спутники (особенно Фобос) близки к Марсу и оказываются ниже вследствие эффекта суточного параллакса.



Пусть радиус Марса - R , радиус орбиты Фобоса - L , минимальная высота вышки - h . Из рисунка следует соотношение

$$\cos \alpha = \frac{D}{L} = \frac{\sqrt{L^2 - R^2}}{L} = \frac{R}{R+h} \leftrightarrow h = \frac{LR}{\sqrt{L^2 - R^2}} - R = R \left(\frac{1}{\sqrt{1 - (R/L)^2}} - 1 \right) \leftrightarrow h = 247 \text{ км.}$$

Рекомендации для жюри по оцениванию шестой задачи

Первым этапом решения задачи является вывод о том, что вышку имеет смысл строить на одном из полюсов Марса, так как именно там возможная глубина погружения спутников Марса под горизонт минимальна. Данный вывод оценивается в 3 балла. Расчет минимальной высоты башни для наблюдения Фобоса оценивается в 4 балла. Далее достаточно сделать вывод о том, что Деймос также будет виден с этой башни (можно, но необязательно, рассчитать минимальную высоту для наблюдения Деймоса, равную 36 км). Этот этап решения оценивается в 1 балл.

10 класс

Проверка работ осуществляется Жюри олимпиады согласно стандартной методике оценивания решений:

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
8	Полное верное решение
6-7	полностью решенная задача с более или менее значительными недочетами;
4-6	частично решенная задача;
2-3	правильно угадан сложный ответ, но его обоснование отсутствует или ошибочно
1-2	сделана попытка решения, не давшая результата;
0-1	правильно угаданный бинарный ответ (да/нет) без обоснования
0	решение отсутствует или абсолютно некорректно

Задача 1

Как расположены относительно горизонта точки весеннего и осеннего равноденствий во время кульминаций полюсов эклиптики?

Решение

Северный полюс эклиптики имеет экваториальные координаты $\alpha = 18\text{ч}$, $\delta = +66.5^\circ$, координаты южного полюса эклиптики: $\alpha = 6\text{ч}$, $\delta = -66.5^\circ$. Во время верхней кульминации северного полюса эклиптики и нижней кульминации южного полюса эклиптики звездное время составляет 18 часов. Точка весеннего равноденствия, имеющая координаты $\alpha = 0\text{ч}$, $\delta = 0^\circ$, в этот момент восходит в точке востока, а точка осеннего равноденствия, имеющая координаты $\alpha = 12\text{ч}$, $\delta = 0^\circ$, заходит в точке запада. Во время верхней кульминации южного полюса эклиптики и нижней кульминации северного полюса эклиптики звездное время составляет 6 часов, точка весеннего равноденствия совпадает с точкой запада, точка осеннего равноденствия – с точкой востока. Эти выводы в равной степени относятся ко всем широтам на Земле, кроме точек полюсов, где понятия кульминации, звездного времени и точек запада и востока теряют смысл.

Задача 2

Астроном, находящийся в Тамбове, наблюдает некоторую звезду в зените. Другой астроном, находящийся в другом городе, в тот же момент наблюдает ту же звезду около горизонта. Оцените расстояние между городами. На каких материках может находиться второй город?

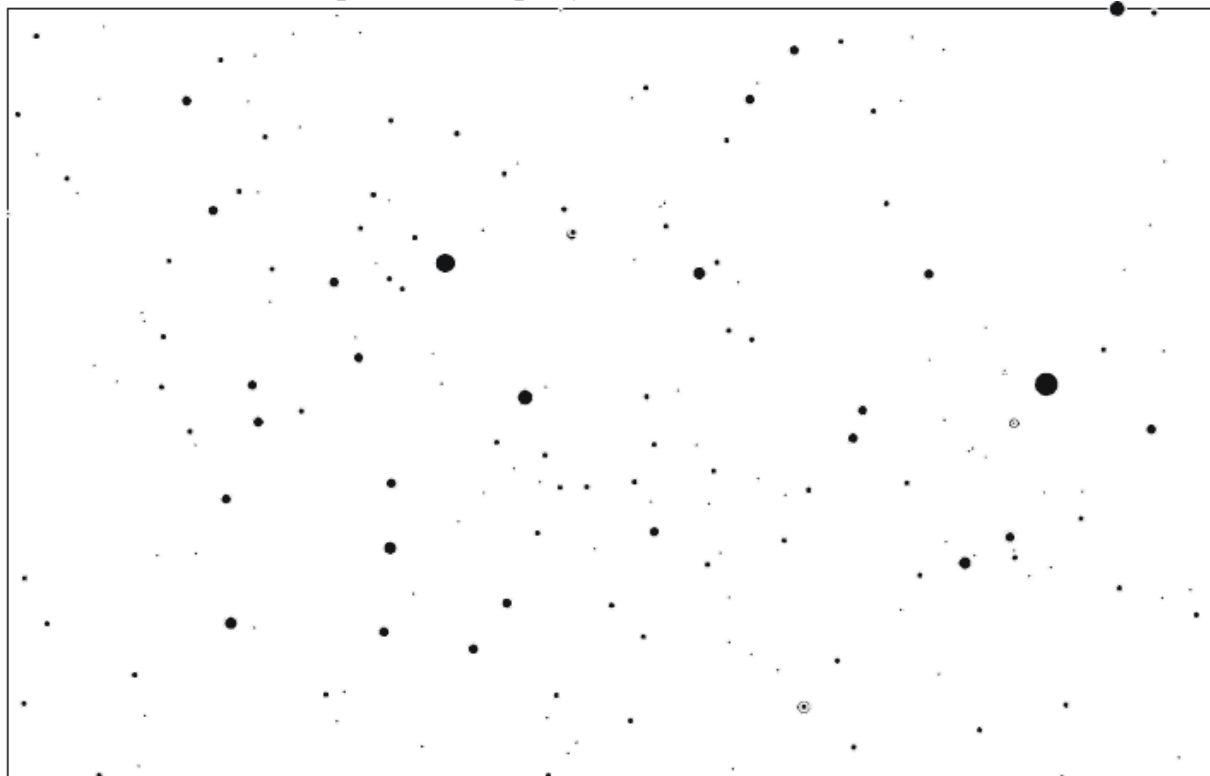
Решение

Поскольку оба астронома наблюдают одну и ту же далекую звезду (отметим, что звезда не может быть Солнцем: в Тамбове оно в зените не бывает), то направление на нее из обоих городов должно совпадать. Однако в Тамбове это направление совпадает с направлением радиуса Земли, проведенного к городу, а в другом городе - перпендикулярно ему. Следовательно, радиусы, проведенные к Тамбову и другому городу, должны быть перпендикулярны друг другу. Поскольку Земля - шар, это означает, что расстояние между городами составляет четверть окружности Земли, т.е. около 10 тысяч километров. Кроме этого, можно заметить, что оба астронома наблюдали

звезду одновременно. Отсюда можно сделать вывод, что оба города находятся примерно на одном и том же меридиане, иначе, когда в одном из них темно, в другом - будет светло, наблюдать звезды будет невозможно. Вспомнив, как выглядит карта Земли, можно понять, что возможный материк только один - Африка.

Задача 3

Какие созвездия изображены на рисунке?



Решение

На рисунке мы можем видеть созвездие Лебедя, имеющего вид креста, верхняя часть которого украшена яркой звездой Денеб, а справа находится созвездие Лиры с яркой звездой Вега.

Задача 4

С какой линейной скоростью движется Тамбов (широта $52^\circ 43' 0''$) за счет вращения Земли вокруг своей оси? Справочные данные: радиус Земли $R_3 = 6400$ км, $\cos 52^\circ 43' 0'' = 0.6055$

Решение

Точка на экваторе Земли за счет суточного вращения движется со скоростью $2\pi R_3 / (24 \cdot 3600) = 0.5$ км/с. Радиус параллели на широте $\varphi = 52^\circ 43' 0''$ меньше радиуса экватора в 1,65 раз. Таким образом, длина параллели $52^\circ 43' 0''$ в 1,65 раза меньше, чем длина экватора. Следовательно, линейная скорость движения Тамбова в 1,65 раза меньше, чем скорость точки на экваторе, т.е. 0.3 км/с.

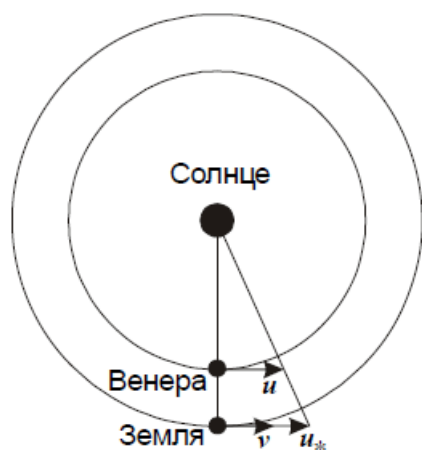
Задача 5

Утром 6 июня 2012 жителям Земли представилась возможность наблюдать редкое астрономическое явление, когда Солнце, Венера и Земля выстроились в одну линию - прохождение Венеры по диску Солнца. Стать свидетелем этого явления повторно кому-либо из ныне живущих вряд ли удастся:

следующее «мероприятие» состоится в далеком 2117 году. Насколько могли отличаться моменты первого контакта дисков Солнца и Венеры при наблюдении из разных областей Земли?

Решение

Венера движется по орбите со скоростью $u = 35.0$ км/с. Земля находится в 1.38 раз дальше от Солнца, чем Венера, и полутень Венеры на расстоянии Земли будет двигаться со скоростью $u \cdot = 48.4$ км/с. Но Земля сама движется по орбите в том же направлении со скоростью $v = 29.8$ км/с, и скорость полутени относительно Земли составит $u \cdot - v = 18.6$ км/с. Если прохождение Венеры по диску Солнца центральное, и край полутени будет двигаться по Земле вдоль своей нормали, то он пересечет Землю с экваториальным диаметром 12756 км за 686 секунд или за 11 минут 26 секунд. Именно настолько могут отличаться моменты контактов Венеры и Солнца в разных точках Земли.



Задача 6

С 1079 года по середину XIX века в Иране использовался солнечный календарь, разработанный Омаром Хайямом. В этом календаре обычный год состоял из 365 дней, а високосный – из 366, причем из каждые 33 лет 8 было високосных (3-й, 7-й, 11-й, 15-й, 20-й, 24-й, 28-й, 32-й). Сравните этот календарь с юлианским и григорианским. Какой из них более точный? Продолжительность тропического года составляет 365.24219 суток.

Решение

33-летний цикл календаря Омара Хайяма состоит из 25 годов по 365 дней и 8 годов по 366 дней. Цикл юлианского календаря равен четырем годам, 39 три из которых делятся по 365 дней и один – 366 дней. Наконец, цикл григорианского календаря составляет 400 лет, из которых 303 года продолжаются по 365 дней и 97 лет делятся по 366 дней. Определим среднюю продолжительность одного года для каждого из этих календарей в сутках:

$$T_1 = \frac{25 \cdot 365 + 8 \cdot 366}{33} = 365.24[24],$$

$$T_2 = \frac{3 \cdot 365 + 1 \cdot 366}{4} = 365.25,$$

$$T_3 = \frac{303 \cdot 365 + 97 \cdot 366}{400} = 365.2425.$$

Истинная продолжительность тропического года составляет 365.24219 суток. Получается, что у всех трех календарей средняя продолжительность года чуть больше, чем требуется, у календаря Омара Хайяма эта разница составляет 0.00023 суток или 20 секунд, у юлианского календаря – 0.00781 суток или 11.25 минут, у григорианского – 0.00031 суток или 27 секунд. Выходит, что календарь Омара Хайяма – самый точный из всех трех, превосходит в точности григорианский календарь в 1.35 раза, а юлианский – в 34 раза.

11 класс

Проверка работ осуществляется Жюри олимпиады согласно стандартной методике оценивания решений:

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
8	Полное верное решение
6-7	полностью решенная задача с более или менее значительными недочетами;
4-6	частично решенная задача;
2-3	правильно угадан сложный ответ, но его обоснование отсутствует или ошибочно
1-2	сделана попытка решения, не давшая результата;
0-1	правильно угаданный бинарный ответ (да/нет) без обоснования
0	решение отсутствует или абсолютно некорректно

Задача 1

Как известно, один тропический год – это промежуток между двумя последовательными моментами весеннего равноденствия. Сколько тропических лет проходит между последовательными покрытиями Солнцем какой-нибудь далекой звезды, находящейся вблизи эклиптики?

Решение

Промежуток между двумя покрытиями Солнцем далекой звезды (если звезда абсолютно неподвижна, этот промежуток равен периоду обращения Земли вокруг Солнца) и тропический год – разные промежутки времени, хотя и очень близкие друг к другу. Причина разницы состоит в явлении прецессии земной оси, из-за которого точка весеннего равноденствия движется по эклиптике навстречу видимому движению Солнца, завершая один оборот примерно за 26000 лет. В результате, возвращаясь к той же звезде, Солнце совершает чуть более одного оборота относительно точки весеннего равноденствия. За этот период проходит $1 + (1 / 26000)$, то есть около 1.00004 тропического года.

Задача 2

22 сентября в некотором регионе России Солнце взошло на 6 часов 40 минут раньше, чем в Тамбове ($41^{\circ} 26' 35''$ в.д.). Оцените географическую долготу этого региона. Как вы думаете, какой это регион?

Решение

Восход 22 сентября происходит в окрестности момента весеннего равноденствия, поэтому интервал времени между восходом и заходом Солнца не зависит от широты и составляет 12 часов. Поэтому данный регион находится восточнее Тамбова на 6 часов 40 минут (если измерять долготу в часовой мере). Учитывая, что 360° соответствуют 24 часам, получаем, что один градус соответствует 4 минутам времени, поэтому город находится на $(6 \cdot 60 + 40) / 4 = 100^{\circ}$ восточнее Тамбова, и его долгота – $141^{\circ} 26' 35''$ в.д. Амурский лиман, Сахалин.

Задача 3

Могли ли американские астронавты с поверхности Луны невооруженным глазом увидеть Байкал? Считать, что среднее расстояние от Луны до Земли и средний диаметр Байкала соответственно равны $L=380000$ км и $D=700$ км.

Примечание: разрешающая способность глаза не превышает

Решение

Разрешающей способностью глаза называется способность различать объекты определенных угловых размеров. То, что разрешающая способность

глаза не превышает α , означает, что мы можем видеть отдельно две звезды (или две буквы в тексте книги), если угловое расстояние между ними $\alpha \geq \alpha$, а если $\alpha < \alpha$, то звезды сливаются в одно светило, поэтому различать их невозможно. Из прямоугольного треугольника, в котором катетами являются расстояние до Луны и диаметр Байкала, определяем угол, под которым с Луны виден Байкал

$$\alpha = \arctg \frac{D}{L} \approx$$

Значит, с поверхности Луны американские астронавты могли увидеть Байкал, поскольку угловой размер больше разрешающей способности глаза.

Задача 4

Спутник с диаметром 13 км вращается вокруг астероида с диаметром 215 км по почти круговой орбите радиусом 1190 км и совершает полный оборот за 4,7 суток. Можете ли вы с помощью этих данных определить плотность астероида? Из какого вещества, по вашему мнению, он может состоять?

Решение

Плотность астероида можно определить, пользуясь стандартным

соотношением $\rho = \frac{M}{V}$, где M – масса астероида, V – его объем. Считая

астероид шаром радиусом R , имеем $V = \frac{4\pi R^3}{3}$. Таким образом, для определения плотности астероида необходимо определить его массу M . Рассмотрим систему «астероид-спутник». На спутник с массой m в поле тяготения астероида действует сила

$$F = G \frac{Mm}{r^2},$$

С другой стороны, для спутника, вращающегося по круговой орбите r , второй закон Ньютона

$$F = m \frac{4\pi^2}{T^2} r.$$

Приравниваем два выражения для силы, получим

$$\frac{r^3}{T^2 M} = \frac{G}{4\pi^2}.$$

Это выражение можно записать сразу (оно автоматически получается из III обобщенного закона Кеплера, если положить $m \ll M$). Получаем

$$\rho = \frac{3\pi}{GT^2} \left(\frac{r}{R}\right)^3 = \frac{3\pi}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot (4,7 \cdot 24 \cdot 3600)^2} \left(\frac{1190}{107,5}\right)^3 \approx 1160 \text{ кг/м}^3.$$

Плотность астероида оказалась ненамного больше плотности воды. Такой астероид, может иметь пористое строение либо состоять из водяного льда с небольшой примесью камней.

Задача 5

В момент верхней кульминации звезды α Дракона на зенитном расстоянии

к северу звездные час показывали $6^{\text{h}} 22^{\text{m}} 16^{\text{s}}$, причем их поправка к звездному гринвичскому времени равнялась $+22^{\text{m}} 16^{\text{s}}$. Экваториальные координаты α Дракона: прямое восхождение $14^{\text{h}} 03^{\text{m}} 02^{\text{s}}$ и склонение $+64^{\circ} 37'$. Определить географические координаты места наблюдения. **Решение**

В момент верхней кульминации звезды α Дракона на зенитном расстоянии

к северу, то ясно, что $\delta > \varphi$, и из $z_{\text{в}} = \delta - \varphi$ имеем для географической широты места наблюдения

$$\varphi = \delta - z_{\text{в}} = 55^{\circ} 20'.$$

Звездное время S в пункте с географической долготой λ связано со звездным гринвичским временем S_0 равенством

$$S = S_0 + \lambda.$$

В верхней кульминации часовой угол $t=0$, поэтому звездное время в месте наблюдения

$$S = t + \alpha = \alpha = 14^{\text{h}} 03^{\text{m}} 02^{\text{s}}.$$

Звездное время в Гринвиче

$$S_0 = 7^{\text{h}} 20^{\text{m}} 38^{\text{s}} + 22^{\text{m}} 16^{\text{s}} = 7^{\text{h}} 42^{\text{m}} 54^{\text{s}}.$$

Следовательно, географическая долгота места наблюдения

$$\lambda = S - S_0 = 6^{\text{h}} 20^{\text{m}} 08^{\text{s}},$$

или, переводя в угловые единицы, $\lambda = 95^{\circ} 02'$.

Задача 6

Наш глаз видит звезды не слабее 6^{m} . А можно ли заметить звезду 10^{m} в 12-кратный бинокль с объективами диаметром 60 мм?

Решение

Диаметр зрачка у здорового глаза изменяется в зависимости от освещенности от 2 до 8 мм. Если не особенно долгой адаптации к темноте, то ночью диаметр зрачка составляет около 6 мм. Как видим, диаметр объектива бинокля в 10 раз больше, а значит количество собранного им света больше в 100 раз. Но весь ли собранный свет попадает в зрачок наблюдателя? Диаметр выходного зрачка бинокля составляет $60/12 = 5$ мм, поэтому можно считать, что весь. Если бы не было потерь света в оптике (отражение и поглощение в стекле), то такой бинокль усиливал бы разрешающую способность глаза на 5^m . Но даже если половина света теряется, усиление составит не менее 4^m , так что звезды 10^m должны быть доступны.

Рекомендации для жюри

Максимальное число баллов – 8. Получено решение с правильным ответом.
4 балла – правильное значение для увеличения интенсивности биноклем.

До 3 баллов за разумные идеи, по усмотрению